**Circuito CR/Derivatore -** Il circuito *CR* è costituito da un condensatore *C* in serie ad una resistenza *R*: fig.2.1.23)a.

Alimentato da un generatore che abbia una *d.d.p.* costante, la corrente che scorre in *R* è zero. Se invece la *d.d.p.* del generatore è variabile nel tempo, la tensione $V_A$ - $V_B$ ai capi della resistenza presenta anche in questo caso delle caratteristiche particolari.

***Regime di carica*** - Supponiamo di avere un generatore ideale con una *f.e.m.* a gradino connesso ad un circuito *CR*.

Al tempo $t < t_0$ per la tensione del generatore vale $E=0$ e nessuna corrente scorre nel circuito: fig.2.1.23)a.

Al tempo $t = t_0$ la tensione $E \neq 0$ è applicata al circuito, una corrente $i(t)$ scorre nella resistenza *R* ed il condensatore inizia a caricarsi: fig.2.1.23)b.



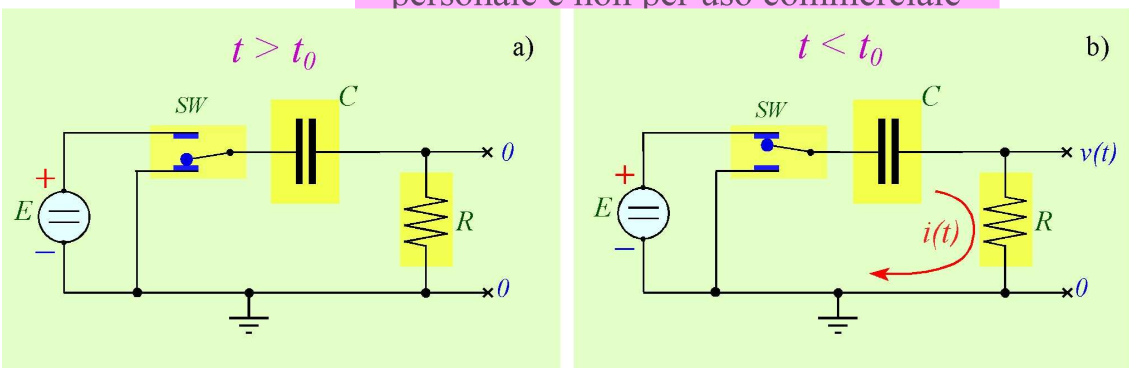


Fig.2.1.23) *a) - Circuito* ***CR*** *al tempo* $\boldsymbol{t < t_0}$ *con il condensatore scarico.*
*b) - Al tempo* $\boldsymbol{t = t_0}$ *la tensione* ***E*** *è applicata al circuito* ***CR*** *ed una correnti* ***i(t)*** *scorre nella resistenza* ***R*** *caricando il condensatore.*

Per la *2°* legge di Kirchhoff applicata all'unica maglia del circuito, la *d.d.p.* ai capi della resistenza che chiameremo $v_R(t)$ è:

$$v_R(t) = 0 \qquad per \qquad t < t_0 \qquad 2.1.68)a$$

$$v_R(t) = -R \cdot i(t) \qquad per \qquad t \geq t_0 \qquad 2.1.68)b$$

Anche in questo caso le definizioni di corrente *i(t)* e capacità *C* trasformano la 2.1.68)b in una equazione differenziale del *1°* ordine a variabili separabili:

$$v_R(t) = -R \cdot \frac{dq}{dt} \quad => \quad v_R(t) = -R \cdot \frac{Cdv}{dt} \quad => \quad \frac{dv}{v_R} = -\frac{dt}{RC} \qquad 2.1.69)$$

Poiché le armature del condensatore all'istante iniziale debbono portarsi allo stesso potenziale *E* in quanto ancora prive di cariche, per l'integrazione della 2.1.69) deve essere considerata la condizione iniziale $v_R(t_0)=E$ :

$$\int_{E}^{v_R(t)} \frac{dv}{v_R} = -\frac{1}{RC}\cdot\int_0^t dt \qquad => \qquad [\,ln\, v_R\,]_E^{v_R(t)} = -\frac{t}{RC}$$

$$ln\frac{v_R(t)}{E} = -\frac{t}{RC} \qquad => \qquad v_R(t) = E\cdot e^{-\frac{t}{RC}} \qquad\qquad 2.1.70)$$

Come si vede dalla forma della 2.1.70), il regime di carica del circuito *CR* produce per la tensione $v_R(t)$ ai capi della resistenza *R*, un andamento identico a quello della tensione $v_C(t)$ ai capi del condensatore già descritto nel caso del regime di scarica del circuito *RC*: fig.2.1.24)a.

Così come per il circuito *RC* si può definire il tempo $\tau = RC$ per il quale vale:

$$v_R(\tau) = E\cdot e^{-\frac{\tau}{RC}} = E\cdot e^{-1} = \frac{E}{e} = 0{,}37\cdot E \qquad\qquad 2.1.71)a$$

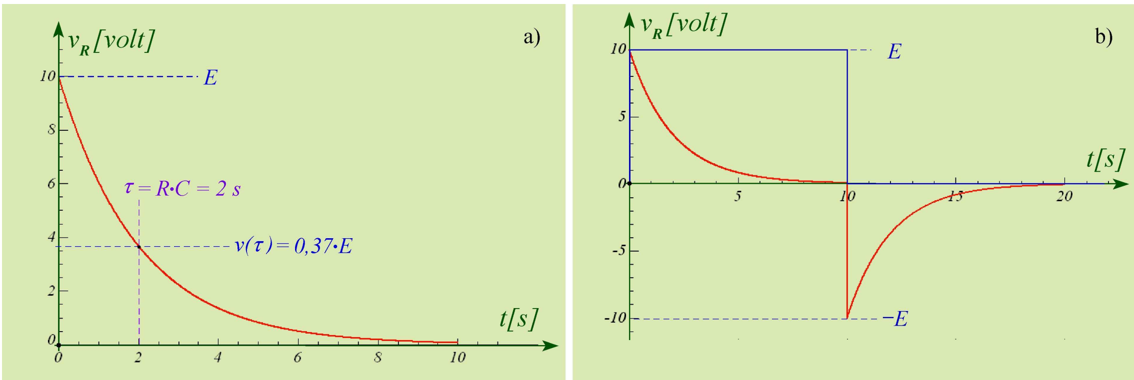


Fig.2.1.24) *a) - Tensione* ***$v_R(t)$*** *ai capi della resistenza* ***R*** *nel circuito* ***CR*** *durante la carica.*
*b) - Tensione ai capi della resistenza* ***R*** *(in rosso), nel circuito* ***CR*** *sottoposto ad una tensione d'ingresso a gradino (in blu).*

Se nelle condizioni di condensatore carico, si esclude il generatore *E* tramite il deviatore *SW* chiudendo il condensatore sulla resistenza *R*, il condensatore si comporterà come un generatore facendo scorrere nella resistenza *R* una corrente *i(t)* di segno opposto alla corrente di carica scaricandosi: fig.2.1.24)b.

Poiché all'istante iniziale della scarica la tensione ai capi della resistenza ha il valore $v_R(0) = -E$ , l'integrazione 2.1.69) si modifica nella:

$$\int_{-E}^{v_R(t)} \frac{dv}{v_R} = -\frac{1}{RC}\cdot\int_0^t dt \qquad => \qquad v_R(t) = -E\cdot e^{-\frac{t}{RC}} \qquad\qquad 2.1.71)b$$

Il grafico del comportamento del circuito *CR* descritto dalle equazioni 2.1.71), cioè di un circuito sottoposto ad una tensione a gradino, è riportato in fig.2.1.24)b.

Le stesse considerazioni fatte per il circuito *RC* negli istanti iniziali valgono anche per il circuito *CR* . Infatti poiché la *d.d.p.* fra le armature del condensatore è approssimabile, negli istanti iniziali, alla tensione del generatore $( v \approx E )$, se la tensione del generatore è variabile nel tempo, per intervalli di tempo piccoli rispetto alla costante di tempo *RC* l'equazione 2.1.68), si modifica nella:

$$v_R(t) \approx RC \cdot \frac{dE(t)}{dt} \qquad (\,per\ t << \tau\,) \qquad 2.1.72)$$

Cioè la tensione ai capi della resistenza è proporzionale attraverso la costante *RC* alla derivata della tensione del generatore *E(t)* .

Per tale motivo, quando è utilizzato in queste condizioni, il circuito *CR* è chiamato ***circuito derivatore***.