Circuiti RL - Un elemento circuitale con una induttanza concentrata *L* viene chiamato ***induttore*** ma anche impropriamente, anche se più frequentemente, ***induttanza****.

In una maglia in cui è presente un'induttore *L*, per esempio in serie ad una resistenza *R*, il passaggio della corrente continua, in condizioni stazionarie, non presenta particolarità ed il circuito può essere risolto applicando normalmente le leggi di Ohm.

Diversa è invece la situazione quando il generatore eroga una *f.e.m.* variabile nel tempo *E(t)*, in quanto le conseguenti correnti elettriche variabili nel tempo *i(t)*, generano nell'induttore correnti autoindotte di cui si deve tenere conto.

Nello studio di circuiti comprendenti una resistenza *R* ed un induttore *L* in serie (circuiti *RL* serie) soggetti a tensioni a gradino, definiamo, in analogia con il circuiti *RC*, ***regime di carica*** la risposta della corrente nell'induttore ad una tensione a gradino in salita e ***regime di scarica*** la risposta della corrente nell'induttore ad una tensione a gradino in discesa.

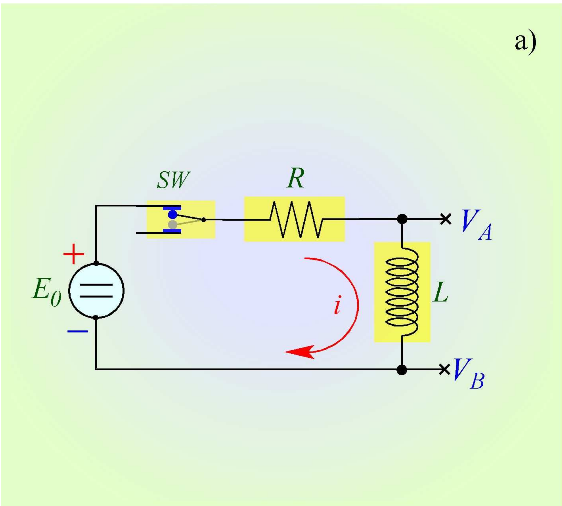
Regime di carica - Supponiamo di alimentare un circuito *RL* serie di fig.1.5.4)a con una *f.e.m.* a gradino come quella già incontrata nello studio dei circuiti *RC*: fig.1.5.4)b.

$$E = 0 \qquad per \qquad t < t_0 \qquad (interruttore\ \ SW\ \ aperto) \qquad 1.5.14)a$$

$$E = E_0 \qquad per \qquad t > t_0 \qquad (interruttore\ \ SW\ \ chiuso) \qquad 1.5.14)b$$

-

**Anche per le "resistenze" ed i "condensatori" nomenclature più proprie sarebbero: "resistori" e "capacitori", ma la vecchia denominazione consolidata dall'uso resiste ancora.*



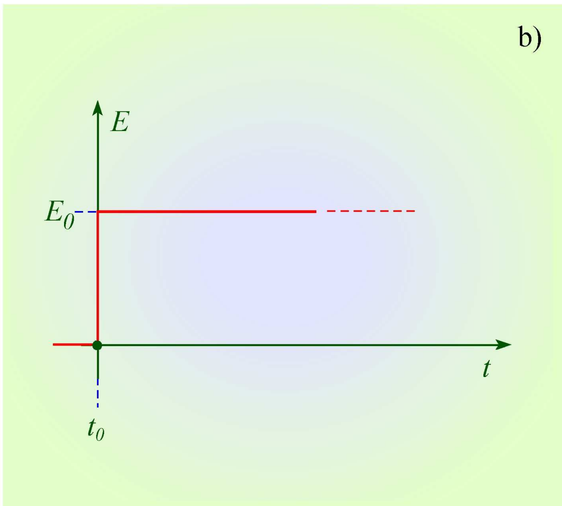


Fig.1.5.4) *a) - Un circuito RL serie connesso ad un generatore di corrente continua tramite il deviatore SW.*
b) - Tensione a gradino applicata al circuito RL serie. In t_0 il deviatore SW porta la tensione ai capi del circuito al valore E_0 del generatore.

Nei tempi precedenti a t_0 la tensione ai capi della serie *RL* è zero quindi la corrente $i_L(t)$ è uguale a zero. Nei tempi successivi al tempo t_0, una corrente *i(t)* inizia a scorrere nella resistenza e nell'induttore.

Per la *2°* legge di Kirchhoff riferita all'unica maglia che costituisce il circuito, la somma di tutte le *d.d.p* e *f.e.m.* prese con il giusto segno, è espressa da:

$$E_0 - i(t)R - L\frac{di}{dt} = 0 \qquad 1.5.15)$$

Con semplici trasformazioni, la 1.5.15) si riconosce come una equazione differenziale a variabili separabili:

$$\frac{R}{L}dt = \frac{di}{\left(E_0/R\right) - i(t)} \qquad 1.5.16)$$

la cui integrazione è immediata:

$$\frac{R}{L}\int dt = \int \frac{di}{\left(E_0/R\right) - i(t)} \quad => \quad \frac{R}{L}t = -ln\left[\left(E_0/R\right) - i(t)\right] + cost \qquad 1.5.17)$$

La costante d'integrazione, determinata dalle condizioni iniziali al tempo $t_0=0$:

$$i(t_0) = 0 \qquad => \qquad cost = ln\left(E_0/R\right) \qquad 1.5.18)$$

sostituita nella 1.5.17) restituisce:

$$\frac{R}{L}t = -ln\left[\left(E_0/R\right) - i(t)\right] + ln\left(E_0/R\right) = -ln\frac{\left(E_0/R\right) - i(t)}{E_0/R} \qquad 1.5.19)$$

che porta, per la corrente *i(t)* nel circuito, all'espressione:

$$i(t) = E_0/R\left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \qquad con \qquad \tau = L/R \qquad 1.5.20)$$

Il grafico della funzione *i(t)* data dalla 1.5.20), calcolato per un circuito *RL* con $R=100\ \Omega$ ed $L=200\ mH$, alimentato da una tensione a gradino $E_0=1\ V$, è riportato in fig.1.5.5)a. La costante di tempo τ, similmente a quella già incontrata nei regimi di carica e scarica dei circuiti *RC*, ha le dimensioni di un tempo e rappresenta anche in questo caso il tempo necessario perché per la corrente nell'induttore divenga:

$$i(\tau) = 0{,}63 \cdot \frac{E_0}{R} \qquad 1.5.21)$$

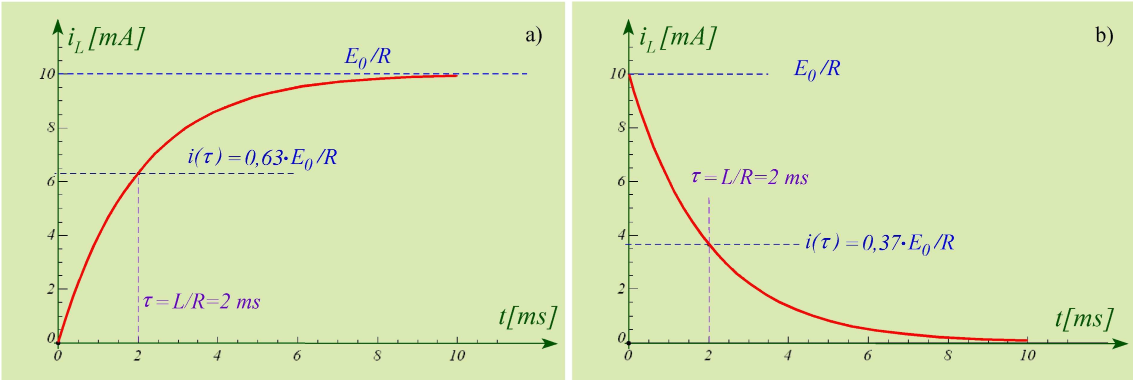


Fig.1.5.5) *La funzione $i_L(t)$ per un circuito RL in cui $R=100\Omega$, $L=200mH$, con $E_0=1$ volt.*
a) -Regime di carica.
b) -Regime di scarica.

Regime di scarica **-** Se il circuito *RL* in cui a regime scorre la corrente stazionaria $i=E_0/R$, viene, staccato dal generatore al tempo $t_0=0$ e messo in *c.c.* tramite il deviatore *SW*, generando una tensione a gradino, la corrente *i(t)* che scorre nell'induttore comincerà a variare scendendo dal valore E_0/R a zero: fig.1.5.6).

La variazione di flusso magnetico conseguente genera una corrente autoindotta che si oppone alla variazione di *i(t)*.

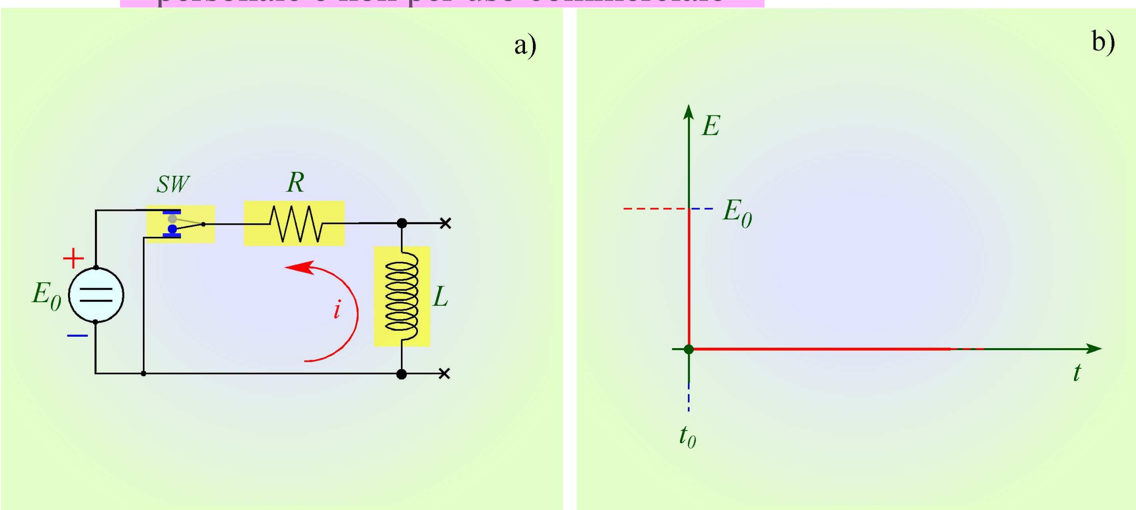


Fig.1.5.6) *a) - Un circuito RL serie in cui scorre la corrente $i=E_0/R=cost$ a regime.*
Al tempo t_0 il deviatore stacca il circuito dal generatore e lo mette in c.c.
b) - La tensione a gradino applicata alla serie RL corrispondente all'azione descritta in a).

L'andamento della corrente $i_L(t)$ durante la scarica è ricavabile dall'equazione generale del circuito tenendo conto delle diverse condizioni iniziali.

Avendo escluso il generatore E , si dovrà porre $E_0=0$ nella 1.5.15) che quindi si trasforma nella:

$$-i(t)R - L\frac{di}{dt} = 0 \qquad => \qquad -\frac{R}{L}dt = \frac{di}{i(t)} \qquad 1.5.22)$$

che integrata dà:

$$-\frac{R}{L}\int dt = \int \frac{di}{i(t)} \qquad => \qquad -\frac{R}{L}t = ln[i(t)] + cost \qquad 1.5.23)$$

Assegnate le condizioni iniziali al tempo $t_0=0$ si trova la costante d'integrazione:

$$i(t_0) = E_0/R \qquad => \qquad cost = -ln\left(E_0/R\right) \qquad 1.5.24)$$

che sostituita nella 1.5.23) restituisce:

$$ln\left[\frac{i(t_0)}{E_0/R}\right] = -\frac{R}{L}t \qquad => \qquad e^{-\frac{R}{L}t} = \frac{i(t_0)}{\left(E_0/R\right)}$$

$$i(t) = \frac{E_0}{R}\cdot e^{-\frac{R}{L}t} \qquad 1.5.25)$$

Anche in questo caso, si può definire la costante di tempo $\tau=L/R$ come il tempo necessario alla corrente $i(t)$ per scendere al valore:

$$i(\tau) = \frac{E_0}{R}\cdot e^{-1} = 0{,}37\cdot\frac{E_0}{R} \qquad 1.5.26)$$

Della funzione $i(t)$ data dalla 1.5.26), è stato fatto il grafico, riportato in fig.1.5.5)b, calcolato per un circuito RL con $R=100\ \Omega$ ed $L=200\ mH$, con una tensione a gradino iniziale $E_0=1\ V$.